



Regulador y Supervisor Financiero de Chile

Documento de Trabajo | N° 03/22

Modelamiento y determinantes de la tasa de prepago de los créditos hipotecarios para la vivienda de las instituciones bancarias en Chile

Diego Beas Lagos, Carlos Pulgar Arata

Diciembre 2022
www.CMFChile.cl



The Working Papers series is a publication of the Financial Market Commission (CMF), whose purpose is to disseminate preliminary research in the finance area for discussion and comments. These works are carried out by professionals of the institution or entrusted by it to third parties.

The objective of the series is to contribute to the discussion and analysis of relevant topics for financial stability and related regulations. Although the Working Papers have the editorial revision of the CMF, the analysis and conclusions contained therein are the sole responsibility of the authors.

La serie de Documentos de Trabajo es una publicación de la Comisión para el Mercado Financiero (CMF), cuyo objetivo es divulgar trabajos de investigación de carácter preliminar en el área financiera, para su discusión y comentarios. Estos trabajos son realizados por profesionales de esta institución o encargados por ella a terceros.

El objetivo de la serie es aportar a la discusión y análisis de temas relevantes para la estabilidad financiera y normativas relacionadas. Si bien los Documentos de Trabajo cuentan con la revisión editorial de la CMF, los análisis y conclusiones en ellos contenidos son de exclusiva responsabilidad de sus autores.

Documentos de Trabajo de la Comisión para el Mercado Financiero (CMF)
Financial Market Commission (CMF)

Av. Libertador Bernardo O'Higgins 1449, Santiago, Chile
Teléfono: (56) 22617 4058
Copyright ©2019 CMF
Todos los derechos reservados

Modelamiento y determinantes de la tasa de prepago de los créditos hipotecarios para la vivienda de las instituciones bancarias en Chile*

Diego Beas Lagos¹, Carlos Pulgar Arata²

Diciembre 2022

RESUMEN

El prepago genera incertidumbre sobre la madurez de los activos, convirtiéndose en un riesgo relevante para las instituciones bancarias. Si bien puede ocurrir en cualquier tipo de crédito, el documento se enfoca en el estudio del riesgo de prepago de la cartera de créditos hipotecarios para la vivienda. En el artículo se prueba el funcionamiento tanto de metodologías tradicionales como de un modelo de tres factores (M3F), el cual se basa en métodos de *machine learning*. Además, mediante algoritmos complementarios, se logra entender el impacto que tienen las variables consideradas. Los resultados muestran que el M3F logra un mejor desempeño respecto de las metodologías tradicionales, disminuyendo en un 60% el error de su competidor más cercano. Además, con los algoritmos de interpretación, se encuentra que variables como el ahorro potencial del refinanciamiento, el nivel de riesgo de la operación, el saldo residual y monto del crédito, son, entre otras variables, factores claves en explicar el comportamiento del prepago. Finalmente, este artículo permite poner en práctica el uso de técnicas de Inteligencia Artificial. Sin embargo, la adopción de estos métodos en la industria bancaria es un tema en fases iniciales, por lo que es esperable que las instituciones comiencen a trabajar en procesos que permitan resolver los desafíos que involucra el uso de estas tecnologías.

ABSTRACT

Prepayment generates uncertainty about the maturity of assets, becoming a relevant risk for banking institutions. Although it can occur in any type of credit, the document focuses on the study of prepayment risk of the mortgage loan portfolio for housing. The article tests the performance of traditional methodologies as well as a three-factor model, which is based on machine learning methods. In addition, with the use of interpretation algorithms, the impact of the variables can be understood. The results show that the three-factor model achieves better performance compared to traditional methodologies, reducing the error of its closest competitor by 60%. In addition, with interpretation algorithms, it is found that variables such as the potential savings of the refinancing, the level of risk of the operation, the residual balance, and the amount of the credit are, among others, key factors in explaining the behavior of prepayment. Finally, this article allows putting into practice the use of Artificial Intelligence techniques. However, the adoption of these methods in the banking industry is a matter in its initial phases, so it is expected that the institutions will begin to work on processes that allow solving the challenges involved in the use of these technologies.

*/ Las opiniones emitidas en este trabajo, errores y omisiones, son de exclusiva responsabilidad de los autores y no necesariamente reflejan la visión de la institución. Se agradecen los comentarios, consejos y sugerencias del referato interno, así como también los de otros participantes en seminarios internos.

¹/ División Normativa de Regulación Prudencial, Dirección de Regulación de Bancos e Instituciones Financieras, Dirección General de Regulación Prudencial, CMF, dbeas@cmfchile.cl

²/ División Normativa de Regulación Prudencial, Dirección de Regulación de Bancos e Instituciones Financieras, Dirección General de Regulación Prudencial, CMF, cpulgar@cmfchile.cl

I. Introducción

El prepago de un crédito corresponde al evento donde el deudor paga de manera anticipada parte o el total del capital adeudado. Cuando se produce un refinanciamiento de la operación de crédito, también se considera como un evento de prepago, ya que la modificación de la tasa de interés o el plazo tiene efectos relevantes en el valor económico del banco. La posibilidad de prepago genera incertidumbre respecto de la madurez efectiva de los créditos otorgados por los bancos, lo que puede tener diversas repercusiones en su situación financiera. Por lo anterior, el riesgo de prepago debe ser cuantificado y gestionado de manera eficaz.

Este documento sirve como una guía para el desarrollo e implementación de modelos de prepago, y provee una herramienta para su cuantificación. La aplicación de las metodologías estudiadas a lo largo del artículo se hace sobre la cartera de créditos hipotecarios para la vivienda, la cual, de acuerdo con cifras consolidadas a mayo de 2022, totaliza cerca de 90 mil millones de dólares y equivale al 31,4% de los créditos otorgados por los bancos. Se escoge el estudio del prepago en este tipo de crédito, pues es donde más se ha desarrollado la literatura, por ser créditos de larga duración, por lo que el riesgo de prepago resulta más relevante. Sin perjuicio de lo anterior, los lineamientos y metodologías diseñadas en este artículo son aplicables a cualquier otra cartera de crédito con riesgo de prepago.

El prepago se encuentra regulado en la Ley N° 18.010. En el artículo 10 se señala que: *“Los pagos anticipados de una operación de crédito de dinero, serán convenidos libremente entre acreedor y deudor”*. Adicionalmente: *“las operaciones de crédito de dinero cuyo importe en capital no supere el equivalente a 5.000 unidades de fomento, el deudor que no sea una institución fiscalizada por la Comisión para el Mercado Financiero o el Fisco o el Banco Central de Chile, podrá anticipar su pago, aun contra la voluntad del acreedor, siempre que: a) Tratándose de operaciones no reajustables, pague el capital que se anticipa y los intereses pactados calculados hasta la fecha de pago efectivo, más la comisión de prepago. Dicha comisión, no podrá exceder el valor de un mes de intereses pactados calculados sobre el capital que se prepaga; b) Tratándose de operaciones reajustables, pague el capital que se anticipa y los intereses pactados calculados hasta la fecha de pago efectivo, más la comisión de prepago. Dicha comisión, no podrá exceder el valor de un mes y medio de intereses pactados calculados sobre el capital que se prepaga.”*. Finalmente: *“los pagos anticipados que sean inferiores al 10% del saldo de la obligación, requerirán siempre del consentimiento del acreedor”*. Cabe destacar que este último umbral era de 20% hasta diciembre de 2021, modificándose al valor actual en la Ley N°21.398.

Respecto de la relevancia de una buena gestión del prepago, existen diversos aspectos a considerar. En primer lugar, el prepago sucede, por lo general, en escenarios de bajas tasas de interés, por lo que su ocurrencia puede afectar la generación de ingresos de los bancos si es que no es posible reemplazar el activo prepagado con uno de similar rentabilidad. En segundo lugar, conocer el comportamiento de prepago es relevante para realizar una adecuada valoración de bonos securitizados con créditos con riesgo de prepago. Finalmente, una correcta estimación del prepago es clave en la gestión de liquidez y de los riesgos de mercado asociados al libro de banca.

De acuerdo con la normativa vigente, el Capítulo 12-21 de la Recopilación Actualizada de Normas (RAN) plantea que los bancos deben tener en cuenta el comportamiento del prepago en la medición y control de los riesgos de mercado. Particularmente, los bancos deben diseñar metodologías robustas para la estimación del prepago, para así hacer una correcta asignación de los flujos de los

créditos en las distintas bandas temporales. En línea con lo anterior, el concepto de prepago se introduce en la medición del riesgo de mercado del libro de banca en el Capítulo 21-13 de la RAN. En este, se obliga a los bancos a contar con metodologías que permitan realizar una adecuada medición del prepago, ya que éste afecta directamente la medición del valor económico de los bancos y, con ello, la determinación de los eventuales requisitos de capital. En último lugar, el prepago es relevante para la determinación de los descálculos de liquidez según se detalla en el Capítulo III.B.2.1 del Compendio de Normas Financieras del Banco Central de Chile.

A pesar de la relevancia del prepago, la literatura que se refiere al comportamiento de prepago de créditos otorgados por instituciones en Chile es escasa, así como aquella asociada al desempeño de las metodologías para modelarlo. Adicionalmente, es importante considerar los algoritmos de *machine learning*, que se han masificado dentro de la práctica internacional sobre modelamiento del prepago, debido a los avances tecnológicos que permiten implementarlos a bajo costo. Finalmente, resulta relevante conocer cuáles son los factores que explican el comportamiento del prepago, para poder gestionarlo de manera oportuna. Este documento permite cerrar estas brechas.

Así, el objetivo de este trabajo es aportar evidencia empírica sobre el desempeño de diferentes modelos teóricos para modelar el prepago, proveer lineamientos generales para su desarrollo y generar una herramienta que permita cuantificarlo. Para lograr estos objetivos, la sección II del trabajo realiza una revisión de la literatura, la parte III presenta las metodologías que serán estudiadas, así como los datos utilizados. La sección IV presenta los resultados y en la sección V se elaboran diversas discusiones relevantes respecto del modelo de prepago desarrollado en el documento. Finalmente, las conclusiones son presentadas en la sección VI.

II. Revisión de la literatura

Los primeros intentos por comprender el comportamiento del riesgo de prepago se remontan a la valoración de instrumentos securitizados, cuyo subyacente corresponden a créditos hipotecarios. Este tipo de bonos ganaron popularidad a partir de la segunda mitad del siglo anterior en EE.UU. y, para lograr una adecuada valoración, es necesario considerar el riesgo de prepago de los subyacentes. En esta línea de investigación, destacan los modelos de valoración con opción de prepago desarrollados por Dunn and McConnell (1981a, b). Schwartz y Torus (1989, 1992) muestran que considerar una probabilidad de prepago, en vez de asumir que se ejercerá esta opción cuando es óptimo hacerlo, resulta en una valoración más precisa de bonos securitizados. Considerando el modelamiento del prepago como una probabilidad, Dickison y Heuson (1993) determinan que este valor depende de las características personales de los deudores, así como de las condiciones de mercado que enfrentan. Así, la literatura transitó desde considerar el prepago como un evento cierto, que se ejecutaría cuando las condiciones de mercado son óptimas para quien tiene la opción, hacia un modelamiento de tipo probabilístico, donde no necesariamente el prepago se hace en condiciones óptimas, sino que también se deben considerar factores idiosincráticos a cada deudor. Este último enfoque genera estimaciones más precisas de la frecuencia con la que ocurre el prepago.

Respecto de los factores que afectan a la probabilidad de prepago, la variable que ha concentrado mayor atención es la diferencia de tasas que enfrenta cada deudor. En particular, si la tasa a la cual el deudor puede refinanciar su crédito se encuentra por debajo de la tasa contractual que el deudor paga, sería más probable observar un prepago. Sin embargo, la relación entre la tasa contractual y de mercado es compleja. En ese sentido, Navratil (1985) muestra que el efecto es asimétrico y no

lineal. Beckett (1988) muestra que el efecto es creciente en el diferencial de tasas, estabilizándose luego el efecto cuando esta variable toma valores elevados.

Otros determinantes del prepago han sido estudiados por Stanton (1995), quien determina que la heterogeneidad de los costos de transacción implícitos y explícitos que los individuos enfrentan al realizar el prepago, explicaría el hecho de que no todos los deudores realicen prepago cuando es óptimo llevarlo a cabo. Por otra parte, Kau y Peters (2005) muestran que en la medida que el riesgo de default es mayor, es menos probable que se ejecute el prepago de un crédito. Esto es consistente con que, a mayor riesgo de crédito, son mayores las dificultades financieras para pagar las obligaciones de un crédito y, por ello, menos probable que exista un prepago.

Considerando que es relevante pronosticar el nivel de prepago, sobre todo para las instituciones bancarias, se han diseñado diversas metodologías para este propósito. La primera de ellas corresponde al modelo elaborado por la *Public Securities Association* (PSA, 1985), donde la tasa de prepago depende de la madurez de los créditos. En este modelo se asume que la tasa de prepago es creciente en la edad de los créditos, alcanzando un *peak* de 6% a los 30 meses, permaneciendo constante luego de ello. Otra metodología tradicional corresponde al modelo desarrollado por Richard y Roll (1989), donde la tasa de prepago depende de la interacción de cuatro factores: 1) la brecha de la tasa contractual versus mercado, usando en este caso el ratio entre ambas tasas como variable relevante, 2) un factor estacional asociado a los meses del año, ya que se ha mostrado que, durante los meses de verano, tiende a ser más probable el prepago, 3) el efecto *burnout*, el cual se refiere al hecho de que cuando el diferencial de tasas es positivo, al principio existe una alta cantidad de deudores que prepagan, pero luego, aun cuando persista un diferencial positivo, el efecto de esta variable se va perdiendo (*quemando*) en el tiempo; y 4) un factor asociado a la madurez de la cartera, similar al modelo PSA. Cabe destacar que el presente artículo pondrá a prueba estos métodos más tradicionales.

Sobre el modelamiento de las tasas de prepago en el contexto local, la literatura es aún escasa. Majluf (2008) realiza un modelo de prepago para letras hipotecarias, considerando variables de mercado. En este artículo se estiman valores de prepago en torno a un 4,24% trimestral en promedio. Rivas (2018) modela la probabilidad de prepago para un banco de la plaza con un modelo de regresión logística, encontrando que el diferencial de tasas impacta positivamente sobre este valor, pero de manera rezagada. Además, el nivel de mora y plazo de la operación lo afectarían de manera negativa, mientras que el tamaño del crédito lo haría de manera positiva. En este caso, la tasa de prepago que se modela asciende a un 0,51% promedio mensual. Finalmente, el trabajo de Sarrás (2021) muestra que al separar individuos para los que el prepago es rentable y los que no, considerando para ello la diferencia en el valor del dividendo del crédito original versus el del crédito originado en el refinanciamiento; se generan modelos más precisos. Con esta evidencia, este artículo permite complementar la literatura desarrollada a la fecha.

Por otro lado, el vertiginoso avance de la tecnología ha permitido la implementación de algoritmos más sofisticados de *machine learning*, los cuales se basan en el descubrimiento de patrones en grandes volúmenes de datos. La incorporación de este tipo de metodologías ha ido creciendo en los últimos años en todas las industrias, proceso que se ha facilitado gracias a que el desarrollo de diversas librerías de programación ha puesto al alcance de todos la posibilidad de implementarlas. La industria financiera no es ajena a este proceso, destacando las aplicaciones en modelos de riesgo de crédito, modelos de detección de fraudes, optimización de portafolio, entre otros.

El modelamiento del prepago con modelos de *machine learning* también ha captado la atención de la literatura, considerando que es un proceso complejo de detectar y predecir. En línea con lo anterior, se encuentra el trabajo Drembelas y Khar (2017), que usa redes neuronales con arquitectura LSTM (*long short-term memory*) para modelar la tasa de prepago, mejorando el desempeño en relación con modelos tradicionales de regresión. Un trabajo similar es realizado por Zhang et al. (2019), mientras que Saito (2018) muestra un buen desempeño usando un modelo *random forest*. Amar (2020) mejora el desempeño de la predicción fuera de muestra usando redes neuronales y separando el problema de prepago en dos pasos: un modelo de clasificación para determinar si existe o no prepago, y otro de regresión que determina el valor del prepago cuando lo hay. Finalmente, Deloitte (2021) usa técnica de *random forest*, obteniendo mejor desempeño en relación con un modelo ARIMA. Además, considerando que este tipo de modelos son difíciles de interpretar, se utilizan algoritmos complementarios para lograr entender el impacto de las variables en el modelo. Una característica transversal en los estudios anteriores es el uso de un amplio conjunto de características y datos, para detectar de manera más precisa el prepago. El presente artículo innova respecto de la literatura local existente, evaluando el desempeño de este tipo de métodos en Chile.

III. Metodología de modelamiento y datos utilizados

En esta sección se expone, en primer lugar, la variable de interés que se desea modelar y las metodologías que serán consideradas para este propósito. En segundo lugar, se presentan las fuentes de datos utilizadas y, las variables consideradas en los modelos. Asimismo, dado que no es posible capturar el evento de prepago con la información que actualmente recibe la Comisión, se definen los criterios para marcar la ocurrencia del prepago.

III.1 Metodologías para modelar el prepago

La tasa de prepago mensual (comúnmente denominada SMM – *single mortality rate*) para una determinada cartera de créditos viene dada por la ecuación 1:

$$SMM_t = \frac{FP_t}{STCR_t - FCUOTAS_t}, \quad (1)$$

donde FP_t son los flujos de prepago que ocurren en el periodo t , $STCR_t$ corresponde al stock de créditos al inicio del periodo t , $FCUOTAS_t$ es el flujo de pagos normal que ocurre durante el periodo t y t se refiere a frecuencia mensual. La variable que tiene incertidumbre y que se quiere modelar es FP_t .

En base a la ecuación 1, se puede obtener la tasa condicional de prepago (CPR, por sus siglas en inglés), que corresponde a la proporción de créditos que se espera se prepaguen en un año y viene dada por la ecuación 2:

$$CPR_t = 1 - (1 - SMM_t)^{12} \quad (2)$$

Los modelos considerados para predecir el valor de la CPR se pueden dividir en dos grupos. El primero de ellos considera los métodos más tradicionales, que corresponden a los siguientes:

1. **Estándar PSA:** en este caso se modela directamente la CPR para cada periodo. La forma funcional queda determinada por la ecuación 3:

$$CPR_t = Z \cdot \min\left(\frac{M_t}{T}, 1\right), \quad (3)$$

donde Z corresponde el nivel de prepago máximo que alcanza la cartera, T el periodo donde ocurre este máximo. Estos valores en el modelo original son 6% y 30 meses respectivamente, los cuales serán recalibrados con los datos locales. M_t corresponde a la madurez del crédito o cartera, según el nivel de aplicación del modelo.

2. **Regresión lineal:** una alternativa simple, que se ha considerado en la literatura (Deloitte, 2021; Amar, 2020), es modelar la CPR en base a un modelo de regresión como el de la ecuación 4:

$$CPR_t = \beta_0 + \beta_1 D_{t-k} + \beta_2 CPR_{t-k} + e_t, \quad (4)$$

donde D_{t-k} corresponde a la diferencia entre la tasa contractual de la cartera y de mercado para un rezago k y e_t al residuo de la regresión. La sección siguiente describe la búsqueda de la mejor especificación y resultados de su aplicación.

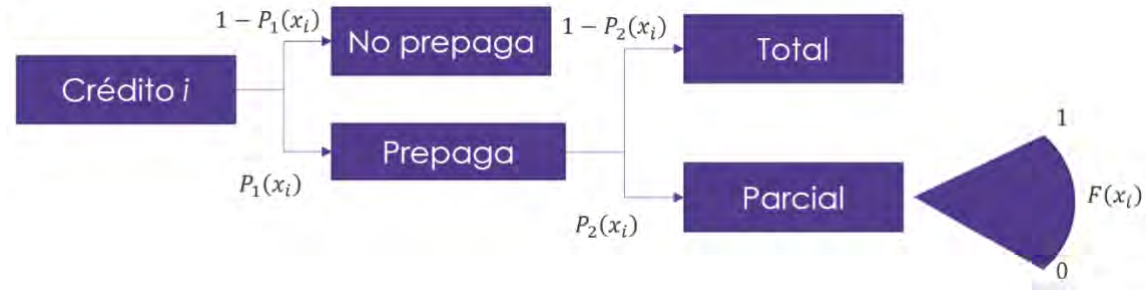
3. **Modelo de Richard and Roll (R&R):** la CPR se modela por la interacción de 4 factores según se observa en la ecuación 5:

$$CPR_t = I(D_t) \cdot EST(MES_t) \cdot \min\left(\frac{M_t}{T}, 1\right) \cdot B(M_t), \quad (5)$$

donde $I(D_t)$ es la función de prepago que depende del diferencial de tasas D_t , $EST(MES_t)$ es un factor estacional según el mes de observación, $B(M_t)$ es el *burnout* según la madurez del portafolio. Este último término refleja un decaimiento exponencial del prepago en función de la madurez de la cartera, en el sentido que, a mayor tiempo expuesto a una diferencia positiva de tasas, menor probabilidad de que se ejerza el prepago. La forma funcional de cada factor de la ecuación 5 se describe en la sección IV.

El segundo conjunto de modelos está conformado por una metodología que separa el comportamiento de los créditos en distintos estados, a partir de los cuales se obtiene el flujo de prepago esperado. En particular, se considera que cada crédito i se podría prepagar con una probabilidad $P_1(x_i)$, donde x_i corresponde a un vector de características del crédito. Luego, con una probabilidad $1 - P_1(x_i)$ el crédito no se prepaga. En caso de que exista prepago, éste puede ser de tipo parcial con una probabilidad $P_2(x_i)$. El prepago total (se prepaga por completo la operación) ocurre con probabilidad $1 - P_2(x_i)$. Finalmente, en caso de que el prepago sea parcial, la tasa de prepago viene dada por $F(x_i)$. El comportamiento señalado en este párrafo queda representado en la figura 1.

Figura 1: Estados que pueden tomar los créditos



Considerando una cartera de $i=1, \dots, N$ créditos con una deuda vigente de C_i pesos cada uno, los flujos estimados de prepago se pueden calcular según la ecuación 6:

$$\widehat{FP}_t = \sum_{i=1}^N \left(P_1(x_i) \cdot (1 - P_2(x_i) + P_2(x_i)F(x_i)) \right) \cdot C_i \quad (6)$$

Una vez obtenido $\widehat{FP}_t$, se reemplaza en la ecuación 1 y 2 para obtener la tasa de prepago predicha, denotada por $\widehat{CPR}_t$. Este método de estimación se denomina modelo de 3 factores (**M3F**, en adelante). Luego, el desafío para lograr una predicción precisa de la CPR consiste en buscar especificaciones con buen desempeño para las funciones que lo conforman, esto es: $P_1(x_i)$, $P_2(x_i)$ y $F(x_i)$. $P_1(x_i)$ y $P_2(x_i)$ son variables binarias, y el modelamiento de la primera es particularmente desafiante, dado que la ocurrencia del prepago es de muy baja frecuencia. Por otro lado, $F(x_i)$ es una variable continua.

Considerando la literatura más reciente, se prueban distintas metodologías de *machine learning* para cada función, desde las más simples a las más complejas, y que consisten en: 1) regresión logística/lineal, 2) árbol de decisión, 3) *gradient boosting machines* (GBM, por sus siglas en inglés) y 4) redes neuronales. Cada alternativa es evaluada en una muestra de prueba para definir la metodología que mejor ajusta al desempeño. Las implementaciones de estos modelos se hacen en el lenguaje Python, usando las librerías *ad hoc* para cada modelo, tales como *Keras*, *Sk-Learn* y *Ligthgbm*.

Finalmente, tanto para los métodos tradicionales como para el M3F, se evaluará el error absoluto medio (EAM) para comparar la bondad de ajuste según la ecuación 7:

$$EAM = \frac{\sum_{t=1}^{TP} |CPR_t - \widehat{CPR}_t|}{TP}, \quad (7)$$

donde TP corresponde a la totalidad de periodos donde se realiza la evaluación.

En el caso de las funciones que conforman el M3F, se prueba un set numeroso de variables. Sin embargo, el propósito es filtrar aquellas que no aportan información en cada caso y así generar un modelo lo más parsimonioso posible. Por construcción, varias variables están correlacionadas, por lo que en un primer paso se realiza un filtro en base a este criterio. En aquellos casos donde la correlación entre dos variables supera un umbral de 0,8 en valor absoluto, se elimina aquella variable que de manera individual tiene menor poder predictivo respecto de la variable de interés. Una vez

realizado este filtro, se aplica un segundo proceso de selección de variables. En esta oportunidad, se aplica un algoritmo conocido como *random feature elimination (RFE)*. En este proceso, iterativamente se van eliminando las variables que menos aportan en el modelo mediante la generación de una perturbación aleatoria en cada característica que permite determinar su aporte en la predicción. Luego, el orden en que se eliminan las variables define el ranking de cada una y, a la vez, se puede monitorear el nivel de desempeño para un número dado de variables. Tras una inspección visual, se puede determinar desde qué número de variables no existen mejoras en el desempeño (usando una muestra de validación), y así seleccionar aquellas realmente relevantes.

El último ajuste que se hace a los modelos que conforman el M3F consiste en la optimización de hiperparámetros. En este caso, mediante la técnica conocida como *grid search* (búsqueda de cuadrícula), se busca la configuración óptima de parámetros. Este algoritmo consiste en generar un conjunto de valores posibles que serán testeados para buscar el valor óptimo de los hiperparámetros. Cabe tener presente que para el caso de la regresión logística y lineal se omite este paso, puesto que no tienen parámetros relevantes que optimizar y, además, estos modelos no tienen mayor propensión al sobreajuste. Por otro lado, el proceso de optimización en el árbol de decisión fue realizado para definir el número óptimo de hojas finales o nodos terminales, el cual afecta considerablemente el nivel de sobreajuste que puede tener este modelo sino se controla su valor. Se entiende como sobreajuste al hecho de que un modelo tiene un buen desempeño en los datos de entrenamiento, pero no generaliza bien sobre datos que no ha observado.

En el caso del GBM se optimiza el mismo parámetro que el árbol de decisión y, adicionalmente, se busca el número óptimo de árboles mediante la técnica conocida como *early stopping* (detención temprana). Esta consiste en monitorear el desempeño del modelo en una muestra de validación y detener el proceso iterativo cuando esta medida comienza a mostrar un deterioro. Finalmente, en el caso de las redes neuronales se prueban 3 arquitecturas y el número óptimo de *epochs*³ se define con la técnica de *early stopping* recién comentada. Cabe destacar que la definición de parámetros óptimos es un tema complejo por sí sólo y que ha suscitado alto interés de investigación. Sin perjuicio de lo anterior, el proceso acá descrito permite encontrar configuraciones que evitan el sobreajuste, pues las medidas de desempeño son similares entre la muestra de prueba y entrenamiento.

Cabe destacar que la interpretación del impacto de las variables cuando se usan modelos más sofisticados es mucho más compleja y difícil de realizar, siendo un tema de investigación que aún está en sus primeros desarrollos. Sin embargo, a la fecha existe un algoritmo que por su simplicidad está siendo bastante utilizado. Este consiste en calcular los valores SHAP (*SHapley Additive exPlanations*) para cada variable, los que permiten determinar en qué dirección afecta el valor de la característica analizada sobre el output final (Lundberg y Lee, 2017). Estos valores se calculan en base a una muestra de datos que debe ser proporcionada junto al modelo que se pretende explicar. Este algoritmo será el utilizado para entender cómo las características seleccionadas afectan el comportamiento de prepago.

III.2 Fuentes de datos y generación de la marca de prepago

La principal fuente de datos consiste en el uso del archivo normativo “Activos y provisiones de colocaciones de consumo y vivienda” (C12), que los bancos reportan mensualmente a esta Comisión y que contiene detalles de las operaciones de la cartera de consumo y vivienda. Dado que el objetivo

³ Se refiere al número de veces que se visita el conjunto total de datos antes de terminar el proceso de ajuste (entrenamiento) de la red neuronal.

es modelar la CPR de la cartera de vivienda, se toman las operaciones asociadas a préstamos hipotecarios con mutuos endosables, mutuos no endosables e hipotecarios financiados con letras hipotecarias, que representan más del 90% del stock de la cartera. Cabe destacar que a la fecha los bancos no informan a la Comisión las operaciones que se prepagan, por lo que es necesario generar un algoritmo para definir cuando ocurriría un prepago, así como su tipo. Este método genera tres posibles marcas para cada operación y mes, según se describe a continuación:

1. **Prepago total:** la operación desaparece en el mes y, adicionalmente:
 - a) No se castiga,
 - b) No vence,
 - c) El deudor no tiene una nueva operación asociada a reprogramaciones que se hicieron a causa de la pandemia por COVID-19,
 - d) No aparece una operación renegociada, y
 - e) Banco no tiene bien recibido en pago asociado al deudor.
2. **Prepago parcial:** la operación sigue vigente en el mes siguiente y el saldo disminuye más de lo pactado y más que el límite establecido en la Ley para no requerir consentimiento del banco para realizar el prepago⁴.
3. **No existe prepago:** no ocurre 1) o 2).

Se observa que el prepago total incluye también los casos donde ocurre un refinanciamiento de la operación con un nuevo crédito que no esté asociado a reprogramaciones por COVID-19. Por otro lado, las tasas de interés se asignan a cada operación usando, en orden de prioridad: i) tasa presente en archivo normativo “Tasas de interés diarias por operaciones” (D32), ii) tasa promedio para mismo tipo de operación y banco en el periodo, iii) tasa promedio del banco en el mes, o iv) tasa promedio del sistema. Cabe destacar que no es posible distinguir entre préstamos a tasa fija, mixta o variable, ya que en la mayoría de los casos no se puede encontrar el número específico de operación en el archivo de tasas. Vale tener presente que aun cuando el prepago puede ocurrir en cualquier tipo de crédito, el Capítulo 21-13 de la RAN considera el modelamiento del prepago sólo en los préstamos de tasa fija, los cuales tendrían una representación que supera el 80% de acuerdo con el monitoreo de los flujos de los créditos otorgados por los bancos, salvo en los últimos meses (detalles en sección V). En el caso de préstamos a tasa mixta, corresponde separar la porción a tasa fija, de la que ocurre a tasa flotante, y aplicar sobre la primera la estimación de prepago. Cabe tener presente que, de acuerdo con los lineamientos del Capítulo 21-13, el modelamiento se debe realizar sobre carteras homogéneas, por lo que créditos a tasa mixta no debieran modelarse junto con las operaciones que no tengan igual estructura. Una eventual mejora futura del modelo pasa por separar los datos en base a estas características, en la medida que la Comisión diseñe un archivo para recoger los eventos de prepago. Sin perjuicio de lo anterior, los resultados respecto de los determinantes del prepago siguen siendo válidos, con la advertencia de que los valores estimados de la CPR corresponden a un valor promedio para toda la cartera de créditos, independiente del esquema de la tasa contractual.

⁴ Los límites establecidos para no requerir consentimiento del banco son: i) 25% hasta diciembre de 2013, ii) 20% hasta diciembre de 2021 y iii) 10% desde diciembre de 2021. La muestra de desarrollo considera sólo los dos primeros casos.

Los datos utilizados consideran información entre enero de 2012 y diciembre de 2020, ambas fechas inclusivas. Se realizan filtros de datos con el objeto de lograr una CPR razonable a lo largo del tiempo. En particular, en primera instancia se eliminan aquellos meses donde la CPR muestra valores anómalos en algunas instituciones. Por ejemplo, cuando existe venta de la cartera de crédito a empresas relacionadas, existen movimientos abruptos en la CPR. Dichos casos se eliminan de la muestra. En segundo lugar, se filtran las operaciones con mora, dado que los prepagos marcados podrían asociarse a una renegociación por riesgo de crédito. En tercer lugar, se filtran las operaciones otorgadas en el mes en cada periodo, ya que las variables independientes se construyen con rezago de al menos un mes (así permite generar predicciones para un periodo posterior al menos). Por último, no se consideran operaciones otorgadas con anterioridad a diciembre de 2004, ya que sólo desde esa fecha se tienen disponibles todas las variables independientes. La muestra final de datos totaliza 60 millones de registros.

Una vez obtenida la base de datos procesada, se genera una muestra aleatoria de entrenamiento y otra de prueba, que corresponden a un 70% y 30% respectivamente del tamaño inicial. La separación de estas muestras no se hace en base a dos periodos disjuntos, dado que se prueba una variable *dummy* asociada a la portabilidad financiera, lo cual ocurre recién en junio de 2020. Por lo tanto, para que esta variable tenga valores distintos, la muestra de entrenamiento tendría que al menos considerar hasta julio-agosto de 2020, dejando una ventana demasiado corta para la muestra de prueba. Finalmente, se genera una muestra de validación a partir de la base de entrenamiento para la selección de variables y optimización de hiper parámetros descrita en el apartado anterior. Los valores SHAP se computan sólo en la muestra de prueba para el caso del modelo $P_1(x_i)$, para así lograr su estimación en un tiempo razonable, mientras que se usan todos los datos en los valores SHAP de $P_2(x_i)$ y $F(x_i)$ ⁵.

En lo que respecta a las variables utilizadas en las funciones de los modelos M3F, se considera un conjunto de 59 características que se detalla en la tabla 1. Las variables se han escogido en función de los determinantes de prepago documentados en la literatura, además de adicionar variables idiosincráticas al nivel de deudor y operación, así como variables macroeconómicas. Además, se prueba, cuando es posible, hasta tres rezagos en cada variable.

En cuanto al efecto que las variables podrían tener sobre el prepago, se espera que aquellas que vinculan la tasa contractual y tasa de mercado tengan un efecto positivo sobre el prepago en la medida que el valor de la tasa de mercado sea menor. Similarmente, si existe historial de prepago, un mayor número de créditos vigentes, mejores condiciones y expectativas económicas, un incremento considerable del valor de la vivienda subyacente, créditos de montos más altos, mayor volatilidad; se podrían esperar impactos positivos sobre el prepago. Por el contrario, mayores niveles de desempleo, el *burnout*, mayores niveles de riesgo (medido por el indicador de provisiones); podrían impactar negativamente sobre el prepago. No se encontró en la literatura una relación respecto a las otras variables con el prepago, sin perjuicio de que han sido utilizada en algunos modelos.

⁵ Como son modelos condicionales a la existencia de prepago, el tamaño de las bases de modelamiento y de prueba son más pequeños (90 mil observaciones en total).

Tabla 1: Variables construidas

ID	N	Descripción
bin_prep_parc_t1	1	Si cliente ha prepagado (parcial) 12 meses antes.
bin_prep_total_t1	1	Si cliente ha prepagado (total) 12 meses antes.
burnout_t1	1	Número de meses que el crédito ha estado <i>in the money</i> (esto es, que la tasa de referencia es menor que la contractual)- relativo (últimos 12 meses).
delta_cuota_tx	3	Ahorro en dividendo mensual al refinanciar a tasa de mercado (en millones).
delta_tasa_tx	3	Diferencia de tasa contractual versus mercado.
desempleo_tx	3	Nivel de la tasa de desempleo.
edad_cred_tx	3	Edad (en meses) del crédito.
edad_deudor_tx	3	Edad del deudor.
ipc_tx	3	Nivel de inflación en los últimos 12 meses.
imacec_tx	3	Variación del IMACEC.
ípec_tx	3	Índice de percepción de la economía.
ln_monto_ad_tx	3	Ln(monto adeudado).
ln_monto_cred_tx	3	Ln(monto del crédito).
num_creds_tx	3	Número de créditos en el sistema.
per_preg	3	Binaria que marca la ley vigente respecto del porcentaje de prepago mínimo sin consentimiento del banco.
portabilidad	1	Variable binaria que indica si el periodo es posterior a junio-20 (inicio ley portabilidad).
prom_delta_tasa_t1	1	Promedio diferencial tasas últimos 12 meses.
prom_ratio_tasa_t1	1	Promedio ratio tasas últimos 12 meses.
provision_tx	3	Indicador de provisiones del crédito.
ratio_tasas_tx	3	Ratio de tasa contractual a tasa de mercado.
saldo_res_tx	3	Saldo residual versus el monto del crédito.
trimestres	4	Trimestre del mes en t_1 (4 binarias, que marcan a cual pertenece).
var_prec_viv_tx	3	Índice de precios de vivienda (valorizado desde adquisición a actual) (limitado desde 2004).
vol_tasas_t1	1	Volatilidad tasa de mercado (desviación estándar de los últimos 12 meses).
Total	59	tx: número de meses de rezago de la variable, siendo 1, 2 y 3 los considerados.

IV. Resultados de los modelos y determinantes del prepago

En primer lugar, la figura 2 muestra la CPR estimada para la ventana de tiempo utilizada. Se observa un valor en torno a 6%, con un *peak* importante en diciembre de 2019, donde alcanzó un valor de 14,2% aproximadamente. Este evento coincide con el piso de 2% en UF que tocó la tasa de interés promedio de mercado de los créditos hipotecarios, generando una brecha relevante respecto de la tasa contractual promedio de la cartera vigente. Se puede inferir, a priori, una relación positiva entre el diferencial de tasas y la CPR, tal como sugiere la literatura. Por otro lado, cabe destacar que el prepago es un evento de muy baja frecuencia, ocurriendo sólo en un 0,46% del stock de operaciones, en promedio. Por esta razón, el modelamiento de la probabilidad de prepago ($P_1(x_i)$) es particularmente desafiante. Finalmente, del total de prepagos realizados en cada mes, en promedio un 89% se hace de manera total, y el resto son prepagos parciales. Entre los prepagos totales, un 17% corresponden a refinanciamientos, de los cuales un 65% se hace en otro banco⁶.

⁶ Si bien para esta estimación de la CPR no se diferenció el caso de refinanciamientos en el mismo banco, en rigor, en estos casos la CPR podría ser más pequeña, pues sólo debería considerar las disminuciones de pagos de interés.

Para los modelos tradicionales, se exponen primero los parámetros calibrados para cada alternativa antes de exhibir los resultados relacionados al poder predictivo.

Figura 2: CPR estimada y tasas de interés para la ventana de tiempo ene-12/dic-20

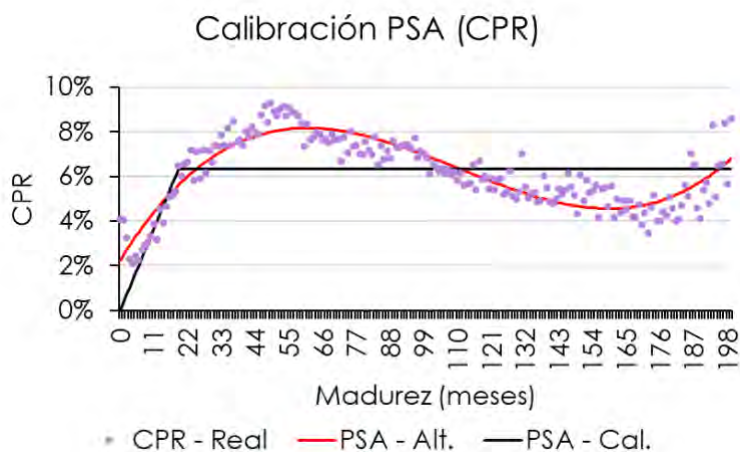


Fuente: elaboración propia en base a información de la CMF

IV.1. Modelo PSA calibrado y alternativo

Para la estimación de los parámetros del modelo PSA con datos locales, se prueba una grilla de valores. Los elementos escogidos son aquellos que minimizan el error absoluto medio, obteniendo como resultado una CPR máxima de 6,34%, convergiendo en el mes 19 a este valor. El PSA con estos valores se denomina PSA-Calibrado. Es interesante notar que estos parámetros son similares a los del modelo original. Además, de la figura 3 se observa una relación no lineal entre la madurez de la cartera y la CPR, por lo que un polinomio podría ser más preciso. Esta alternativa se denomina PSA-Alternativo y se representa por la línea roja en la figura, mostrando un mejor ajuste respecto al modelo original. Las alternativas de PSA se expresan en la ecuación 8.

Figura 3: Modelo PSA



$$CPR_t = 6,34\% \cdot \min\left(\frac{M_t}{19}, 1\right) \rightarrow \text{calibrado} \quad (8)$$

$$CPR_t = 0,025 + 0,0022M_t - 2,516 \cdot 10^{-5} \cdot M_t^2 + 7,612 \cdot 10^{-8} \cdot M_t^3 + e_t \rightarrow \text{alternativo}$$

IV.2 Modelo de regresión lineal

Para el modelo de regresión lineal, se usó un algoritmo iterativo para buscar la mejor especificación. En particular, se logra el resultado de la ecuación 9, donde el rezago con mejor ajuste corresponde al de un mes, y se observa una relación positiva entre el diferencial de tasas y la CPR.

$$CPR_t = 0,0072 + 1,4963D_{t-1} + 0,7050CPR_{t-1} + e_t \quad (9)$$

IV.3 Modelo de R&R

En el caso del modelo de R&R, se calcula el factor estacional de cada mes en función de la CPR promedio en cada periodo respecto a la CPR promedio de todo el año. Los factores se observan en la tabla 2. Por otro lado, la función de la CPR en relación con el diferencial de tasas se hace aproximando un polinomio de grado 3, que queda dado en la ecuación 10, el cual logra un buen ajuste según se observa en la figura 4. Esto representa una innovación del modelo original, ya que considera una relación arco tangente, la cual tendría un mal ajuste para nuestros datos. El parámetro T , considerado en el tercer término de la ecuación 5, corresponde al mismo del PSA-Calibrado, vale decir 19. Finalmente, el último término viene dado por la ecuación 11, con parámetros $p = 0,46\%$ (probabilidad de prepago base en un mes), $H = 0,67\%$ (velocidad de prepago de quienes lo hacen rápido, dado por p más 1 desviación estándar) y $L = 0,39\%$ (velocidad de prepago de quienes lo hacen lento, dado por p menos 1 desviación estándar).

$$I(D_t) = CPR_t = 0,048 - 0,233D_t + 232,10D_t^2 + 3,650D_t^3 + e_t \quad (10)$$

$$B(M_t) = b(M_t)/b(0), \quad \text{con } b(M_t) = \frac{H \cdot (1-H)^{M_t-1} \cdot p + L \cdot (1-L)^{M_t-1} \cdot (1-p)}{(1-H)^{M_t-1} \cdot p + (1-L)^{M_t-1} \cdot (1-p)} \quad (11)$$

Figura 4: Calibración de la función $I(D_t)$

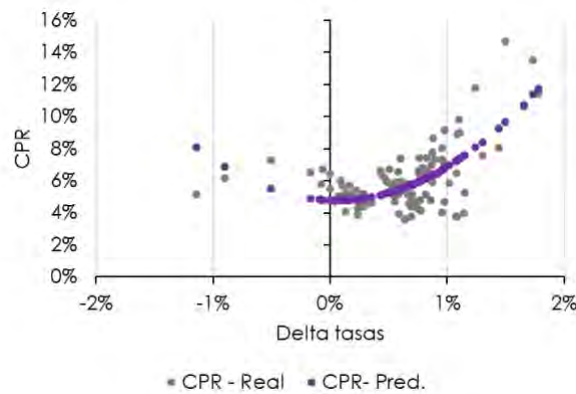


Tabla 2: Factor estacional de cada mes en modelo R&R

MES_t	Factor
1	1,00
2	1,01
3	0,90
4	0,86
5	0,87
6	0,98
7	1,03
8	0,91
9	1,08
10	1,10
11	1,09
12	1,17

IV.4 M3F y los determinantes del prepago

Para el caso de los M3F, se debe escoger el algoritmo que mejor ajusta cada función que lo compone. La tabla 3 muestra el nivel discriminación en $P_1(x_i)$ y $P_2(x_i)$, medido por el AUC-ROC⁷, que se obtiene en la muestra de prueba, mientras que en el caso del $F(x_i)$ se mide el EAM (error absoluto medio, definido en ecuación 7). Se observa que para $P_1(x_i)$ los modelos más sofisticados mejoran de manera notable el nivel de discriminación en relación con un modelo más simple, como el de regresión logística. Similar conclusión se obtiene para $P_2(x_i)$. En cuanto a $F(x_i)$, el EAM muestra un valor más bajo en los métodos complejos, aunque la diferencia es más acotada. Luego, los resultados confirman que el uso de los algoritmos de *machine learning* más avanzados permiten mejorar la precisión en cuanto a las estimaciones realizadas. Esto es clave, puesto que impacta sobre la CPR estimada. La metodología ganadora en todos los casos es GBM, mientras que el árbol de decisión disputa el segundo lugar con la red neuronal.

Tabla 3: Resultados de los modelos para las funciones del M3F, muestra de prueba

Componente del M3F	$P_1(x_i)$	$P_2(x_i)$	$F(x_i)$
Modelo \ Métrica	AUC-ROC	AUC-ROC	EAM
GBM	74,5%	84,7%	13,2%
Árbol de decisión	72,1%	81,9%	13,6%
Red neuronal	71,0%	82,7%	13,8%
Regresión logística/lineal	65,3%	76,9%	15,2%

Para la elección de las variables, la figura 5 muestra que no es necesario considerar más de 10 características aproximadamente en cada caso, ya que luego no se observan mejoras considerables

⁷ El AUC-ROC corresponde a una medida de desempeño que permite determinar el poder de discriminación que tiene un modelo de clasificación. Su valor se obtiene como el área bajo la curva ROC (*Receiver Operating Characteristic*), la cual grafica el nivel de falsos positivos respecto al nivel de sensibilidad en un clasificador binario.

en la medida de desempeño. En base a lo anterior, se escogen las variables que se muestran en la tabla 4. El número en esta tabla señala el ranking de importancia de cada variable y con ello los determinantes de cada función.

Figura 5: Evolución de medidas de desempeño según el número de características. Desde izquierda a derecha se muestra el caso de $P_1(x_i)$, $P_2(x_i)$ y $F(x_i)$

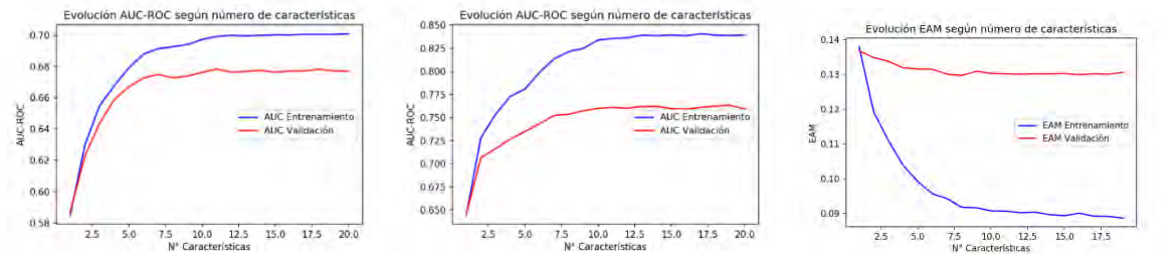


Tabla 4: Variables seleccionadas para cada función

VARIABLE	$P_1(x_i)$	$P_2(x_i)$	$F(x_i)$
BIN_PREP_PARC_T1		5	
DELTA_CUOTA_T1	7		1
DELTA_CUOTA_T2		4	
DELTA_TASA_T1	8		2
DELTA_TASA_T2		8	
EDAD_DEUDOR_T2		6	
EDAD_DEUDOR_T3	10		8
IMACEC_T1	9		
IMACEC_T3			5
LN_MONTO_AD_T1			3
LN_MONTO_AD_T2		3	
LN_MONTO_CRED_T2	1		
NUM_CREDS_T1	4	9	
PER_PREP_2			9
PROVISION_T1	6	10	6
SALD_RES_T1		1	
SALD_RES_T2	2		
VAR_PREC_VIV_T1		2	
VAR_PREC_VIV_T2	3		
VAR_PREC_VIV_T3			4
VOL_TASAS_T1	5	7	7

La tabla 4 muestra los determinantes de cada función, sin embargo, para entender como estas variables impactan sobre el resultado final, se deben computar los valores SHAP. Los resultados se muestran en el anexo, mientras que las conclusiones de los factores que afectan cada función se

resumen en la tabla 5. Se omite el análisis de aquellas variables donde no existe un patrón consistente de comportamiento.

A partir de la tabla 5, y consistente con la literatura, se observa que créditos más grandes son más proclives al prepago. Además, el efecto de la tasa de interés se observa mediante el ahorro potencial de refinanciarse, el cual en la medida que crece, aumenta la probabilidad de prepago, sobre todo en valores en torno a cero. Una variación elevada y positiva en el precio de la vivienda subyacente aumenta el prepago. Esto se podría asociar a casos donde la vivienda es antigua y el deudor ya podría haber cumplido un ciclo de estadía suficiente para moverse hacia otro lugar. Si un deudor tiene más de un crédito en el sistema, aumenta su probabilidad de prepago, consistente con que este tipo de personas podrían gestionar de manera más activa su nivel de deuda. Finalmente, la edad del deudor también se relaciona positivamente con la probabilidad de prepago, sobre todo para individuos entre 40 y 50 años. En cuanto a las variables que afectan negativamente, destaca el nivel de provisiones, consistente con la idea de que a mayor riesgo de incumplimiento menor es la posibilidad de que se ejecute el prepago. Respecto al ahorro potencial al refinanciarse, si bien esta variable afecta positivamente la probabilidad de prepago cuando tiene valores en torno a cero, el efecto tiende a desaparecer e incluso a ser negativo en valores altos, consistente con el *burnout* reportado en la literatura. Finalmente, un elevado saldo residual afecta negativamente el prepago, puesto que estos corresponden a créditos más nuevos, donde es menos probable que se haga un prepago.

En lo que se refiere a la probabilidad de prepago parcial, dado que existe un prepago, el monto adeudado, el diferencial de tasas y la edad del deudor afectan positivamente. En cuanto a la edad del deudor, las personas de mayor edad podrían enfrentar mayores restricciones para realizar un prepago de tipo total. Esto también podría ocurrir en montos adeudados altos, donde el prepago es más bien de tipo parcial. Por otro lado, el ahorro potencial de prepagar afecta negativamente la probabilidad de prepago parcial y, por complemento, aumenta la probabilidad de prepago total. Similar situación ocurre con el saldo residual, donde créditos con mayor valor tenderían a prepagarse de manera total más que parcial. Esto se podría explicar porque en dichos créditos existe una mayor ganancia potencial al prepagar de manera total si es que la tasa de referencia es menor que la contractual. La variación del precio de las viviendas afecta positivamente el prepago de forma total, en línea con la idea planteada en el párrafo anterior. Finalmente, el número de créditos del deudor afecta negativamente la probabilidad de prepago parcial.

Tabla 5: Dirección del impacto de cada variable en cada función

Tipo de impacto	Prepagar $P_1(x_i)$	Prepagar parcial / prepago = 1 / $P_2(x_i)$	Tasa de prepago parcial / prepago parc. = $1 - F(x_i)$
Positivo	• Monto crédito • Variación precio vivienda • N° de créditos • Ganancia al refinanciar (en torno a \$0) • Edad del deudor (sobre todo entre 40 y 50 años)	• Monto adeudado • Edad del deudor • Diferencia de tasas	• Ganancia al refinanciar (en torno a \$0) • Diferencia de tasas • Variación precio vivienda • Edad del deudor

Negativo	• Saldo residual • Provisión	• Saldo residual • Variación precio vivienda • Ganancia al refinanciar (en torno a \$0) • N° de créditos	• Monto adeudado • Periodo de prepago entre diciembre 2013 y diciembre 2021
-----------------	---	---	--

La diferencia de tasas afecta positivamente el ratio de prepago parcial así como el ahorro potencial al refinanciarse en valores en torno a cero. Esto es consistente con el hecho de que, a mayor diferencia, mayor ahorro potencial al prepagar por lo que incentiva a realizar un prepago de mayor valor. La edad afecta también positivamente, posiblemente porque a mayor edad, mayores son los recursos disponibles para realizar un prepago parcial, lo que también se puede extrapolar al efecto positivo que tiene la variación elevada del precio de la vivienda asociada. Por otro lado, a medida que sube el monto adeudado, es menor el ratio de prepago. En estos casos, el tamaño del prepago parcial es bajo por el tamaño elevado del capital que aún se adeuda. Finalmente, el ratio se afecta negativamente si el periodo está entre dic-2013 y dic-2020, lo cual guardaría relación con que el piso a partir del cual no es necesario tener consentimiento del acreedor para realizar un prepago bajó de 25% a 20% en diciembre de 2013 (cabe tener presente que la muestra de datos no logra llegar a diciembre de 2021, para determinar si el cambio del umbral en ese periodo también impactó o no).

IV.5 Análisis predictivo de los modelos

El nivel de precisión en estimar la CPR de cada método se muestra en la figura 6. Para aplicar el modelo PSA y R&R existen dos alternativas. La primera es estimar el valor de la CPR en cada crédito para luego agregarlo en cada periodo. La otra alternativa es estimar los factores a nivel agregado y sobre ellos aplicar cada modelo. Se evaluaron ambas alternativas, y los resultados sólo se exhiben para el que logra mejor resultado. En el caso del PSA, gana la opción de calcular la CPR a nivel de crédito, mientras que en R&R resulta mejor calcular las variables del portafolio para luego aplicar el modelo.

La figura 6 da cuenta que el modelo PSA, ya sea el calibrado como el alternativo, entrega un valor uniforme de la CPR a lo largo de todos los periodos, sin tener la capacidad de adaptarse a los cambios que sufre este indicador. Esta es una debilidad del modelo, dado que no permite ajustarse a la dinámica del prepago al considerar como único determinante la madurez del crédito. El modelo R&R es más preciso, sin embargo, genera valores muy por sobre el real en los últimos periodos, por lo que, si bien captura la dinámica de comportamiento, existen periodos donde existe un desajuste relevante respecto de los valores reales. Por otro lado, destaca que, a pesar de su sencillez, el modelo de regresión entrega resultados bastante precisos, subsanando las debilidades de los modelos anteriores, aunque con cierto rezago. Finalmente, el desempeño del modelo M3F es notoriamente superior, donde los valores predichos son prácticamente iguales a los valores reales, incluso en aquellos periodos donde existen cambios relevantes en la CPR.

La tabla 6 presenta el EAM de cada modelo, así como el cambio de esta métrica con respecto al modelo predecesor, tanto en la muestra de entrenamiento como de prueba. Consistente con las ideas del párrafo anterior, se aprecia que el EAM del M3F es muy inferior al resto de las metodologías evaluadas, disminuyendo en un 60,4% el error en la muestra de prueba con respecto a su competidor más cercano. Además, el nivel de error es similar tanto en la muestra de entrenamiento como de

prueba, por lo que la especificación no tendría problemas de sobre ajuste, aspecto importante considerando que las metodologías más complejas de *machine learning* son propensas a sufrir de este problema.

Para complementar los resultados anteriores, la tabla 7 muestra el p-value de la prueba Diebold y Mariano (1995). En este test, la hipótesis nula señala que los errores de predicción de dos modelos son iguales. Se observa en esta tabla que la diferencia de los errores es significativamente distinta entre todos los modelos si se considera un 5% de tolerancia, tanto en la muestra de entrenamiento como de prueba, salvo lo que ocurre entre el modelo PSA calibrado y alternativo, donde no es posible rechazar la hipótesis nula. Esto ocurre porque las predicciones son bastante similares en estos dos modelos, por lo que sus errores no son significativamente distintos. En los otros casos, podemos señalar que los errores son distintos, lo que confirma que las diferencias en el EAM son significativas.

Figura 6: Predicción de la CPR para cada modelo versus valor real

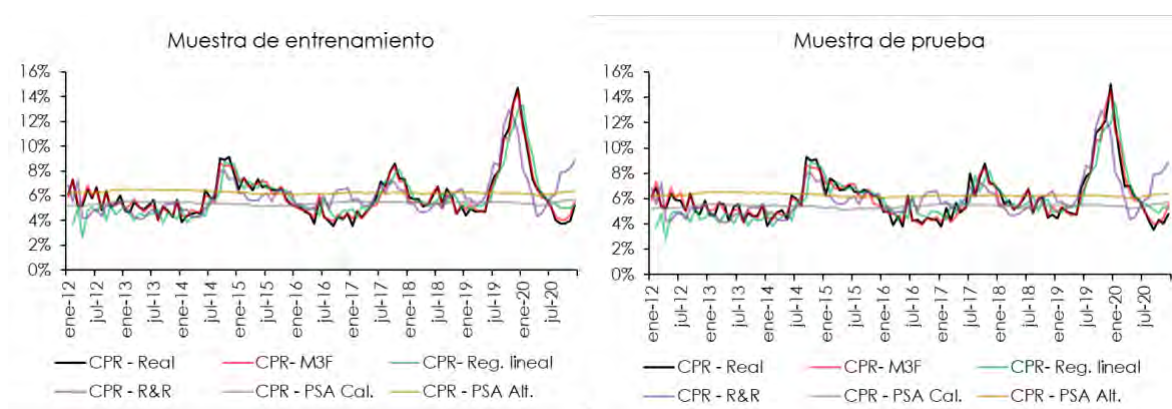


Tabla 6: EAM de las metodologías evaluadas

Modelo	Muestra de entrenamiento		Muestra de prueba	
	EAM	Δ relativo del EAM versus modelo anterior	EAM	Δ relativo del EAM versus modelo anterior
PSA - Alt. (crédito)	1,48%	-	1,46%	-
PSA - Cal. (crédito)	1,38%	-6,8%	1,37%	-5,8%
R&R - (portafolio)	1,07%	-22,8%	1,04%	-24,1%
Reg. lineal	0,84%	-21,4%	0,90%	-13,5%
M3F	0,26%	-69,1%	0,36%	-60,4%

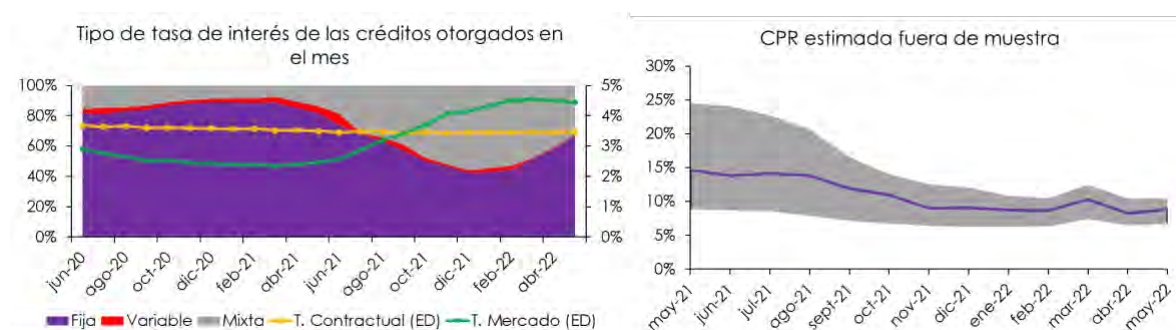
Tabla 7: P-value de la prueba Diebold y Mariano

Entrenamiento	M3F	PSA Alt.	PSA Cal.	R&R	Reg. Lineal
M3F		0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
PSA Alt.	0,00%		16,30%	0,07%	0,00%
PSA Cal.	0,00%	16,30%		2,48%	0,00%
R&R	0,00%	0,07%	2,48%		0,26%
Reg. Lineal	0,00%	0,00%	0,00%	0,26%	

Prueba	M3F	PSA Alt.	PSA Cal.	R&R	Reg. Lineal
M3F		0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
PSA Alt.	0,0%		23,4%	0,1%	0,0%
PSA Cal.	0,0%	23,4%		2,3%	0,0%
R&R	0,0%	0,1%	2,3%		4,5%
Reg. Lineal	0,0%	0,0%	0,0%	4,5%	

Finalmente, en el lado derecho de la figura 7 se reporta la CPR estimada a nivel sistema y un intervalo considerando los valores obtenidos en los bancos sistémicos con el M3F para un periodo fuera de muestra, entre mayo-21 y mayo-22⁸. Se observa al inicio bastante heterogeneidad, convergiendo luego a valores estables en torno a un 10%. Los valores más elevados al inicio en algunos bancos pueden estar explicados porque en dichos meses aún la tasa de mercado se encontraba bajo el valor de la tasa contractual, tendencia que se revierte en los últimos periodos, en línea con las alzas que ha sufrido la tasa de política monetaria, lo que se ha traspasado a las tasas cobradas por los bancos. Destaca además que en el último periodo ha aumentado considerablemente la proporción de créditos otorgados a tasa mixta, pasando de un 18% aproximadamente a junio de 2021 a un valor por sobre el 40% en enero de 2022. Este comportamiento podría estar explicado porque los bancos estarían anticipando un mayor prepago en préstamos a tasa fija si las tasas de interés vuelven a valores bajos en el futuro.

Figura 7: Tipo de tasa otorgada en los créditos hipotecarios, tasas de interés y CPR estimada



V. Discusiones en torno a la implementación de los modelos

Una vez que se ha definido la metodología con mejor desempeño para modelar la CPR, se hace necesario profundizar algunos aspectos relacionados a su implementación, así como la importancia de una buena estimación del prepago. En la sección anterior se demostró que el M3F, que se basa en modelos de *machine learning*, logra un desempeño notablemente superior en comparación con otros métodos más tradicionales. Sin embargo, su implementación es más compleja, por lo que implica mayores desafíos. Por otro lado, si bien se ha discutido en términos teóricos la importancia de un buen modelamiento del prepago, no hemos cuantificado el impacto de realizar una estimación imprecisa. En esta sección se profundizan estos aspectos.

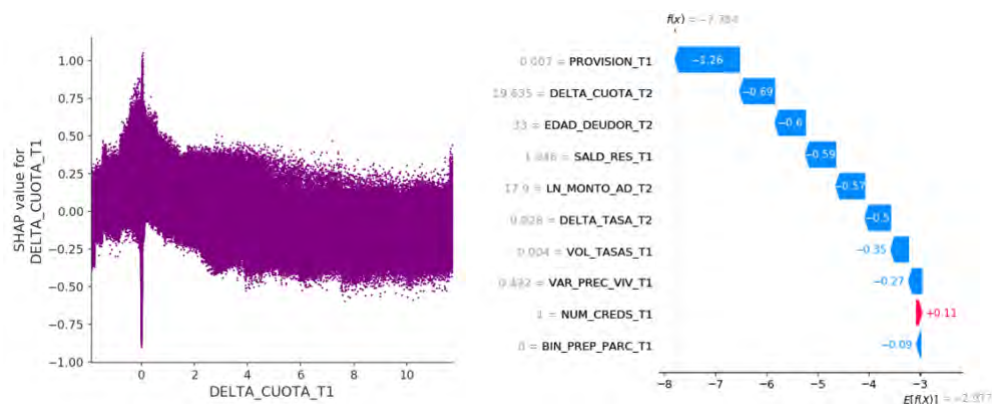
⁸ Para la aplicación se considera que los créditos otorgados en el mes no se prepagan. Además, se omiten créditos anteriores a enero de 2004, lo que representa un valor menor al 1% del stock de la cartera vigente.

V.1 Interpretación de los modelos

Si bien los algoritmos de *machine learning* logran mejores resultados en el desempeño de diversas tareas, son más difíciles y complejos de entender. En este sentido, surgen preguntas como ¿en qué dirección influyen las variables sobre el output final? ¿cuál es el tamaño del impacto de cada variable sobre el resultado? Responder estas preguntas no es trivial. Esta materia de estudio es aún un campo en desarrollo, por lo que es de esperar que en la medida que madure la investigación, se cuente con mejores herramientas que permitan responder de manera intuitiva las preguntas anteriores.

Sin perjuicio de lo anterior, el método de SHAP ya es un avance relevante en permitir realizar una interpretación del funcionamiento de los algoritmos de *machine learning*, permitiendo comprender e identificar patrones de comportamiento. Estos valores posibilitan determinar en qué dirección impacta el valor de cada variable sobre el resultado final del modelo. A modo de ejemplo, el gráfico a la izquierda de la figura 8 muestra el impacto de la variable de ahorro en cuotas si se refinancia a tasa de mercado sobre la probabilidad de prepago, en todos los datos en la muestra de prueba. Se puede inferir de esta visualización un patrón creciente al inicio y no lineal. De manera complementaria, el método de SHAP permite descomponer cómo cada variable impacta sobre el resultado final para una observación en particular, tal como se observa en el gráfico a la derecha de la figura 8. Acá se visualiza cómo desde una probabilidad base de 5% de prepago parcial, dado que hay prepago, se llega a una probabilidad de 0,04% para un individuo en particular. En este caso, todas las variables, con excepción del número de créditos, apuntan en la misma dirección (disminuyendo la probabilidad base de prepago parcial), donde el ahorro potencial en cuotas con el nivel de provisión son las características con mayor impacto sobre este resultado.

Figura 8: Ejemplo de valores SHAP para una variable y en una observación particular



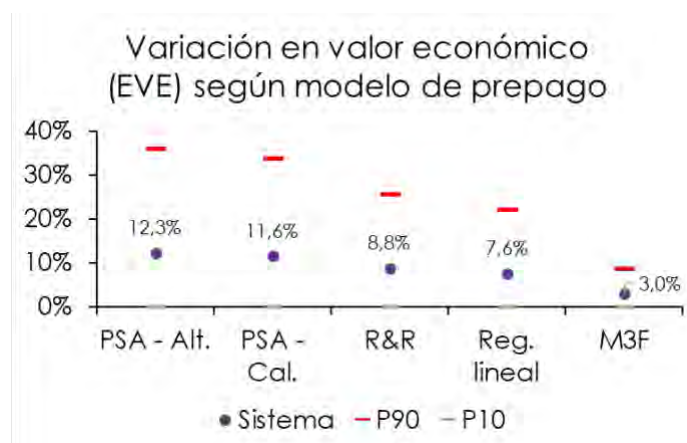
Luego, se puede concluir que a pesar de que el M3F es un modelo complejo de entender, ya existen avances que auguran un buen futuro para la implementación de este tipo de algoritmos. Sin perjuicio de esto, también se deben tener en cuenta otro tipo de desafíos relacionados, tales como: i) el aseguramiento de una buena calidad de datos, ii) no generar modelos que impliquen problemas éticos, como por ejemplo, discriminación hacia ciertos grupos de personas, iii) una labor de auditoría robusta que pueda llevar a cabo una revisión eficaz de estos modelos, y iv) contar con capital humano con experiencia y recursos suficientes para el desarrollo e implementación de estos modelos (Alonso y Carbó, 2022).

V.2 Relevancia de una estimación precisa del prepago

El Capítulo 21-13 de la RAN establece la metodología que los bancos deben utilizar para cuantificar los riesgos de mercado presentes en el libro de banca. En este caso, se solicita a los bancos definir un valor para la CPR en los préstamos a tasa fija. Luego, las instituciones bancarias, en función de este y otros parámetros, deben estimar el cambio en el valor económico (ΔEVE) ante diferentes escenarios de perturbación de las tasas de interés. Si este impacto resulta elevado, la Comisión puede iniciar un proceso de revisión de la suficiencia de capital del banco, lo que podría terminar en un requerimiento de capital adicional, entre otras medidas.

Entonces, resulta interesante observar cómo la estimación de la CPR afecta el cálculo del valor económico del banco (EVE). Para lo anterior, se utiliza la CPR promedio obtenida en la ventana usada en el modelamiento y se considera cómo cambia el cálculo considerando los niveles de error de cada modelo, según los resultados de la sección IV. La figura 9 muestra que el cálculo del EVE es sensible al error de cada modelo. En particular, el EVE puede cambiar en un 11,6% a nivel sistema si se usa el modelo PSA calibrado, existiendo bancos donde el impacto puede ser incluso superior al 30%. El M3F por su parte, atenúa de manera considerable el cambio en el cálculo del EVE, llegando a un 3,0% a nivel sistema, y generando una dispersión mucho menor a nivel de bancos. Estos resultados dan cuenta de la importancia de un buen modelo para definir la CPR de la cartera, particularmente para la medición del riesgo de mercado del libro de banca. Esta conclusión sería aplicable para otras materias sensibles al prepago, tales como el riesgo de liquidez, valorización de instrumentos securitizados, gestión de activos y pasivos (ALM, por sus siglas en inglés), entre otros.

Figura 9: Estimación del cambio del EVE según el modelo de prepago utilizado para calcular la CPR



V.3 Aplicación y supervisión de los modelos

Una de las características más relevantes del M3F es que permite realizar una predicción a nivel de operación, por lo que, si se quisiera gestionar el prepago para disminuir su realización, se cuenta con una herramienta que permite focalizar estos esfuerzos. Esto, sumado a la relevancia de contar con una medida precisa de la CPR, hacen del M3F una alternativa atractiva para las instituciones bancarias.

Sin perjuicio de lo anterior, la adopción de técnicas de IA representa desafíos importantes para los supervisores. La Autoridad Bancaria Europea (EBA) y la FED de Estados Unidos⁹ han realizado diagnósticos sobre la profundidad de la adopción de estos métodos, y recogidos comentarios sobre los desafíos pendientes y la manera en que pueden ser abordados.

La publicación de este documento en ningún caso significa que la Comisión aprueba el uso de estos métodos de manera general. Para ello, y tal como se ha realizado a nivel internacional, habrá que generar una instancia de diálogo con la industria, para proveer lineamientos generales, tanto para las entidades financieras como para la Comisión, en materia de desarrollo e implementación de técnicas IA.

VI. Conclusiones

El prepago genera incertidumbre sobre la madurez efectiva de los activos, por lo que resulta necesario medirlo y entender su comportamiento de manera adecuada, para así gestionarlo y evitar los eventuales riesgos que podría generar para las instituciones bancarias. En base a información administrativa de la CMF, este documento realiza una estimación de los niveles de prepago de la cartera hipotecaria. Es relevante destacar que los valores calculados son sólo referenciales, ya que obedecen a estimaciones y consideran toda la cartera hipotecaria, mientras que la norma requiere valores de la CPR sólo para préstamos a tasa fija o la proporción que corresponda a este tipo, en el caso de préstamos a tasa mixta. En ese sentido, es importante que los bancos mantengan información precisa sobre los eventos de prepago para lograr cálculos congruentes con su cartera de créditos y, en base a ello, desarrollar metodologías que modelen apropiadamente el riesgo de prepago. Estos datos, debieran también ser reportados a la Comisión, para que mejorar la supervisión de la materia y permitir desarrollar modelos de referencia.

Sin perjuicio de lo anterior, este documento genera una pauta para el modelamiento del prepago, evaluando diferentes metodologías. Si bien un modelo de regresión lineal simple logra resultados razonables, la aplicación de metodologías de *machine learning* mejora de manera notable el desempeño y, por lo tanto, la precisión de la estimación de prepago. Adicionalmente, la aplicación de métodos complementarios permite entender el comportamiento de las variables sobre el nivel de prepago. Si bien en algunos casos la relación observada es compleja y no lineal, los resultados guardan relación con los hallazgos reportados en la literatura. En esa misma línea, se muestra la relevancia de generar un buen modelo de prepago, para generar medidas correctas sobre los niveles de exposición al riesgo en diferentes materias. Finalmente, es relevante que las instituciones lleven a cabo revisiones periódicas del desempeño de sus modelos, ante cambios en el escenario económico.

Para finalizar, a partir de la discusión y elaboración de este trabajo, sería razonable que los diferentes actores involucrados en el desarrollo de modelos, que quieran adoptar técnicas de IA, avancen en el

-
- ⁹EBA (2020). *EBA Report On Big Data And Advanced Analytics*.
 - BaFin/Deutsche Bundesbank (2021): *Machine learning in risk models – Characteristics and supervisory priorities*.
 - EBA (2021). *EBA Discussion Paper On Machine Learning For IRB Models*.
 - FDIC/OCC/FED (2021). *Request for Information and Comment on Financial Institutions' Use of Artificial Intelligence, including Machine Learning*.

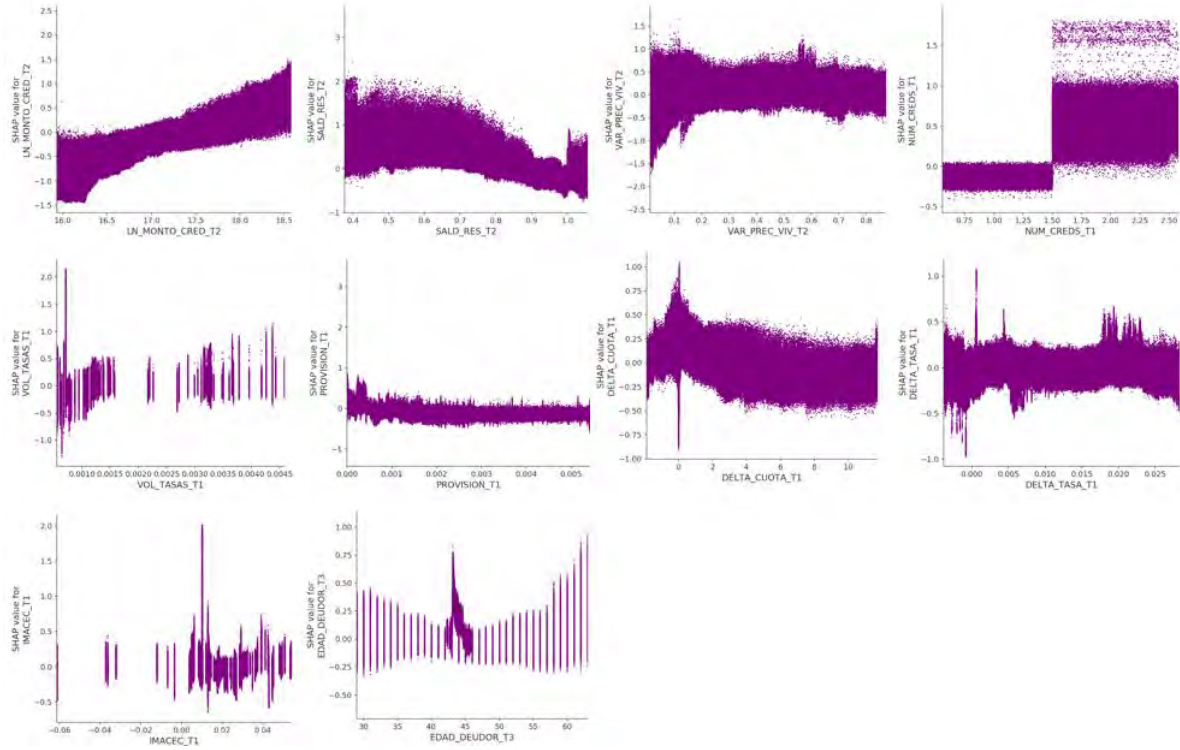
desarrollo de metodologías y procesos que permitan resolver los desafíos que implica el uso de este tipo de tecnologías.

Referencias

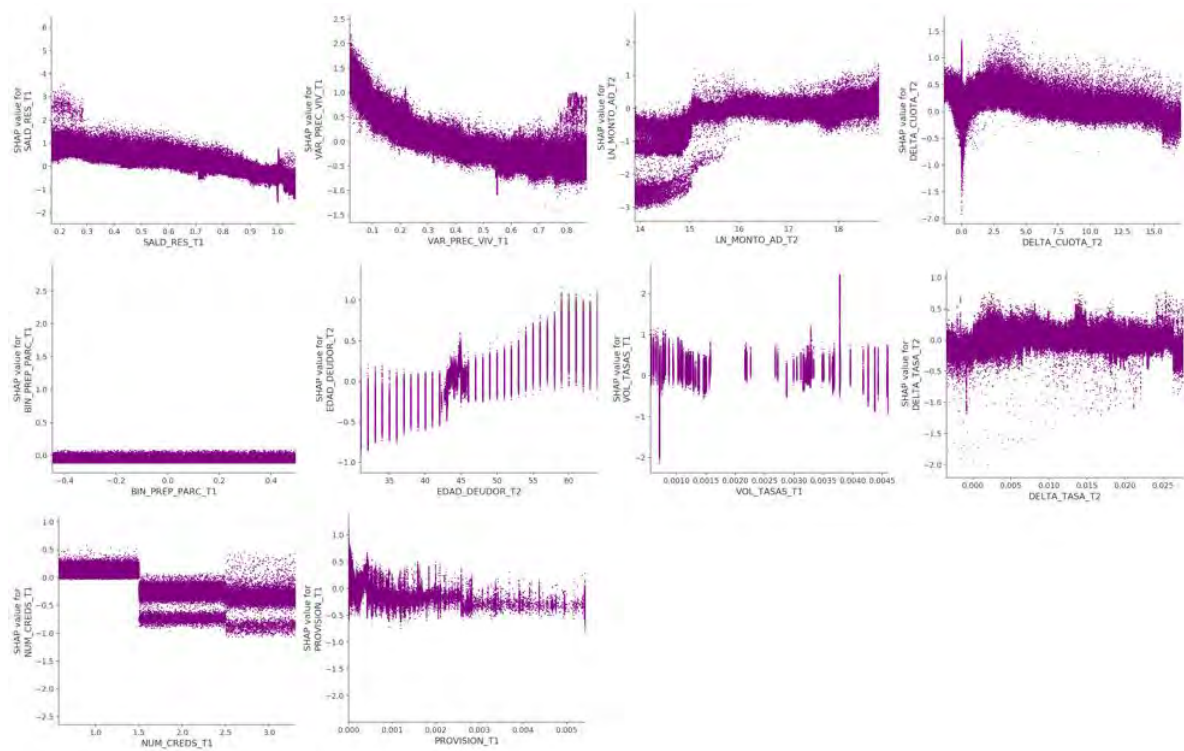
- Alonso A. and Carbó M. (2022). "Machine Learning In Credit Risk: Measuring The Dilemma Between Prediction And Supervisory Cost," Banco de España. Working Paper.
- Amar S. (2020). "Modeling of Mortgage Loan Prepayment Risk with Machine Learning," Thesis. University of Munich.
- Beckett S. (1988). "The prepayment risk of mortgage-backed securities," Economic Review. Federal Reserve Bank of Kansas City.
- Deloitte (2021). "How to Improve Prepayment Modelling: Exploring the Added Value of Machine Learning".
- Dickson A. and Heuson A. (1993). "Explaining_refinancing_decision with microdata," Journal of the American Real Estate and Urban Economics Association.
- Diebold F. and Mariano R. (1995). "Comparing predictive accuracy," Journal of business & economic statistics 13(3), 253-264.
- Drembelas P. and Khar V. (2017). "Time to Default & Time to Prepayment Estimation Using LSTM and Deep Learning Techniques", Stanford University.
- Dunn K. and McConnell J. (1981a). "Valuation of GNMA Mortgage-Backed Securities," The Journal of Finance.
- Dunn K. and McConnell J. (1981b). "A Comparison of Alternative Models for Pricing GNMA Mortgage-Backed Securities," The Journal of Finance.
- Fayman A. and He L. (2011). "Prepayment risk and bank performance," The Journal of Risk Finance.
- Kau J. and Peters L. (2005). "The Effect of Mortgage Price and Default Risk on Mortgage Spreads," The Journal of Real Estate Finance and Economics.
- Lundberg S. and Lee S. "A Unified Approach to Interpreting Model Predictions," 31st Conference on Neural Information Processing Systems (NIPS 2017).
- Majluf C. (2008). "Desarrollo de un modelo de prepago de letras hipotecarias para el Banco BICE," Memoria Para optar al Título De Ingeniero Civil Industrial. Universidad de Chile.
- Navratil F. (1985). "The Estimation of Mortgage Prepayment Rates," The Journal of Financial Research.
- Public Securities Associate (1985). "Calculation Standard Set on C.M.O. Yields," The New York Times.
- Richard S. and Roll R. (1989). "Prepayment on fixed-rate MBS," Journal of Portfolio Management.
- Rivas D. (2018). "Análisis de comportamiento de prepago en créditos hipotecarios de clientes bancarios," Memoria para optar al título de Ingeniero Civil Industrial. Universidad de Chile.
- Majluf C. (2008). "Desarrollo de un modelo de prepago de letras hipotecarias para el Banco BICE," Memoria para optar al título de Ingeniero Civil Industrial. Universidad de Chile.
- Saito T. (2018). "Mortgage Prepayment Rate Estimation with Machine Learning," Thesis. The Delft University of Technology.
- Sarrás T. (2021). "Comportamiento de prepago en créditos hipotecarios: Impacto esperado de la ley de portabilidad financiera," Memoria para optar al título de Magíster en Economía Aplicada. Universidad de Chile.
- Schwartz E. and Torus W. (1989). "Prepayment and the Valuation of Mortgage-Backed Securities," The Journal of Finance.
- Schwartz E. and Torus W. (1992). "Prepayment, Default, and the Valuation of Mortgage Pass-Through Securities," The Journal of Business.
- Stanhouse B. and Stock D. (2004). "The impact of loan prepayment risk and deposit withdrawal risk on the optimal intermediation margin," Journal of Banking & Finance.

Anexo

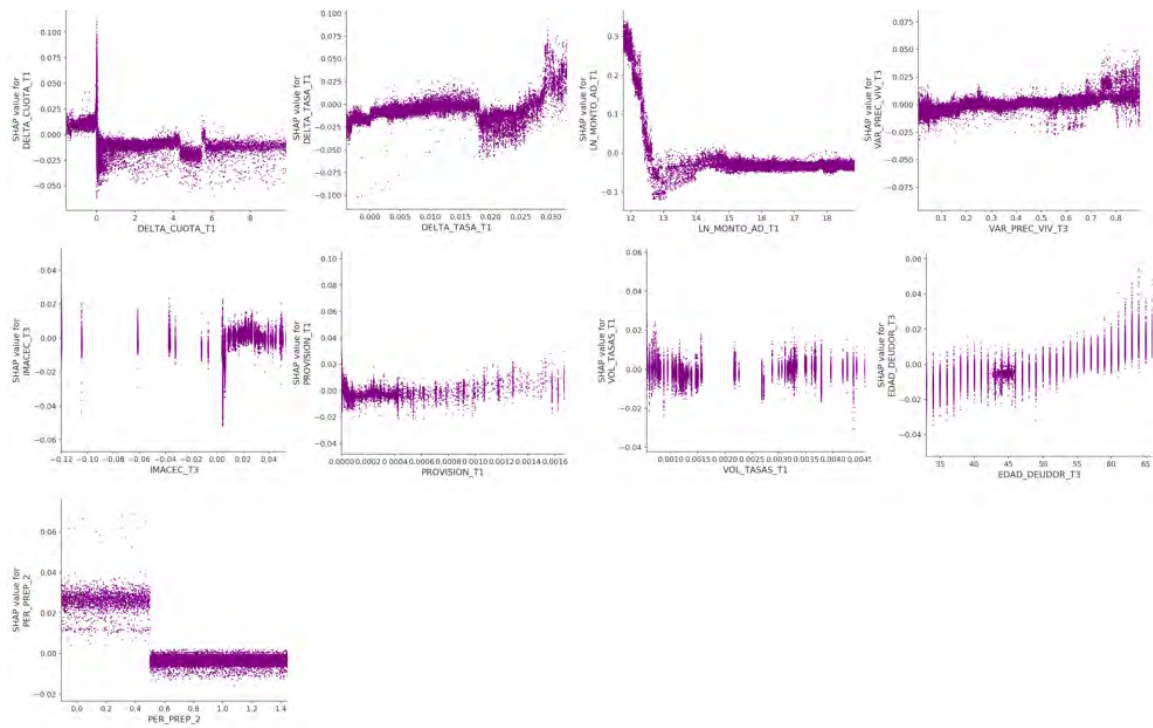
A.1: Valores SHAP para $P_1(x_i)$



A.2: Valores SHAP para $P_2(x_i)$



A.3: Valores SHAP para $F(x_i)$





REGULADOR Y SUPERVISOR FINANCIERO DE CHILE

www.cmfchile.cl